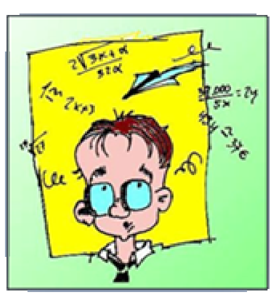

LABIRINTUL NUMERELOR
REVISTA DE MATEMATICA
EDITIA 2011-2012
CLASA A XI-A B
GRUP SCOLAR VOIEVODUL MIRCEA
TARGOVISTE
NR. 2

Cuprins:



Un alt argument...

Nu este deloc simplu să realizezi o revistă care să apară în mai multe numere şi sa fie şi de matematică....Cum să facem?.Luăm doi elevi excelenți, inimoşi şi serioşi şi mai multe idei ale lor şi ale unor colegi ai lor şi folosim ambiție, pricepere, dăruire, creativitate. Astfel apare primul număr. Cu multe hei-rup-uri. Mai stropim cu bancuri, glume şi jocuri şi apare numărul următor.Cu alte hei-rup-uri....Parcă mai puține.

Avem speranțe că vă place să citiți aşa ceva. Important este ca cititorul să gândească nu numai strict matematic, ci şi să se întrebe dacă ideea apariției unei asemenea reviste este benefică. Ea nu este alcătuită neapărat în vederea pregătirii unui examen, conținând şi umor matematic, şi matematică distractivă.

De data aceasta vă supunem rezolvării un set de probleme (aplicații ale derivatelor) pentru la toamnă, când vom iniția şi o rubrică a rezolvitorilor, cu mai multe probleme, pentru elevii tuturor claselor.

Având în vedere că urmează vacanța mare, vă urăm vacanță plăcută şi multă minte!

Daniela Toma

Culmea matematicii :
"Să fii singur şi să te simţi în plus"

Din păţania unui elev silitor

Sau

Sindromul "mulţimii vide"

Mama: - Domnule Doctor, sunt speriată şi foarte îngrijorată. Cu fiul meu se întâmplă ceva ciudat decând s-a apucat de învăţat. Pe stradă dansează mulţimea vidă a elefanţilor roşii, iar uneori vorbeşte doar în 1 şi în 0 care este adevărat şi fals. Mai spune ceva ciudat, că 2 în 10 s-a transformat dacă-n baza doi a intrat. Vă rog să-l consultaţi de delir să îl trataţi.

Medicul: (*Consultă pacientul*)

- Febră n-are.
- Tensiune n-are.
- Amigdalită n-are.

Pacientul: -Domnule doctor, n-am nimic şi e foarte adevărat că la şcoală am învăţat şi cu mama am repetat, iar ea s-a speriat şi-a crezut că delirez când ce ştiu i-am prezentat. Vedeţi, şi acum în faţa noastră se află mulţimea vidă a elefanţilor roşii.

Medicul: - măi băiete ai nevoie de repaus intelectual pentru debitul verbal.

-Uite aici o motivare

– 7 zile izolare.

Pacientul: -Să ştiţi că vă înşelaţi. Tot ce spun e adevărat. Eu aşa am învăţat. Pe halatul dumneavoastră mulţimea vidă a scorpionilor negrii s-a urcat.

Medicul: ***(nedumerit)*** Dacă nu-şi revine într-o săptămână trebuie consultat de un specialist.

Această scenetă a fost prezentată la balul bobocilor în anul şcolar 2008-2009 de un grup de elevi din clasa a X-a G SAM.

Carolo Friderico Gauss...

CONTINUAREA articolului din EDITIA I

Carl Friedrich Gauss, latinizat Carolo Friderico Gauss, (n.30 aprilie 1777, Braunschweig - d. 23 februarie 1855, Göttingen) a fost un matematician, fizician şi astronom german celebru.

MATEMATICA

În domeniul matematicii, Gauss s-a remarcat încă de mic, uimindu-şi profesorii din şcoala primară prin găsirea unei metode de calcul a sumei întregilor până la 100 astfel: 1 + 100 = 101, 2 + 99 = 101, 3 + 98 = 101, astfel încât e nevoie doar de făcut calculul: 50 × 101 = 5050. Opera se axează pe teoria numerelor, analiză matematică, geometrie diferențială, sau statistică, Gauss publicându-şi doar o parte din cercetări, într-un stil spartan, astfel încât erau puțini cititori ai operei sale în acele vremuri.

Gauss s-a arătat interesat şi de existența unei geometrii ne-euclidiene, el discutând lucrul acesta cu Farkas Bolyai, Gerling sau Schumacher. Când fiul lui Farkas Bolyai, János, descoperă geometria Ne-Euclidiană în 1829, Gauss îi scrie lui Farkas Bolyai: „A-i lăuda munca ar însemna să mă laud pe mine, deoarece conținutul lucrării... coincide aproape cu meditațiile mele, gânduri care mi-au ocupat mintea în ultimii 35 de ani”.

Opere importante:

* Disquisitiones Arithmeticae,(1801) o lucrare în şapte secțiuni dedicată teoriei numerelor, în afară de ultima parte, dedicată celebrului său poligon cu 17 laturi;

* Disquisitiones generales circa seriem infinitam, un tratat riguros asupra seriilor, şi o introducere a funcțiilor hipergeometrice;

* Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi, un eseu asupra aproximării integralelor;

* Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen (1816), o analiză asupra eficienței estimatorilor statistici

* Disquisitiones generales circa superficies curva (1828), dedicată geometriei diferențiale, fiind opera sa cea mai cunoscută în acest domeniu.

Grigore Moisil

S-a născut la Tulcea pe 10 ianuarie 1906. Străbunicul său, Grigore Moisil (1814-1891), a fost paroh la Năsăud și vicar episcopal greco-catolic pentru ținutul Rodnei, unul din întemeietorii primului liceu românesc din Năsăud. Tatăl său, Constantin Moisil (1867-1958), a fost profesor de istorie, arheolog, numismat, directorul Cabinetului Numismatic al Academiei și membru al acestei Academii. Mama sa, Elena (1863-1949) a fost institutoare la Tulcea, apoi directoarea școlii „Maidanul Dulapului”, azi „Enăchiță Văcărescu” din București. Sora sa, Florica Moisil, a fost mama profesoarei Zoe Petre, decan al Facultății de Istorie a Universității din București.

Urmează școala primară la București, iar studii liceale la Vaslui și București (liceul Spiru Haret) între anii 1916-1922. În anul 1924 intră ca student la Politehnică, secția construcții, dar o chemare mai puternică îl îndrepta spre *Facultatea de Matematică*, unde îi are ca profesori pe Dimitrie Pompeiu- mentorul său, Gheorghe Țițeica, Traian Lalescu, Anton Davidoglu. Așa se face că Grigore C. Moisil a fost în același timp student al*Politehnicii* și al *Universității din București*. Interesul pentru matematică devine prioritar astfel că în anul 1929 părăsește *Politehnica*, deși trecuse deja toate examenele din primii trei ani și se afla student în anul IV. Dar în același an își susține teza de doctorat *Mecanica analitică a sistemelor continue*, în fața unei comisii conduse de Gheorghe Țițeica și având ca membri pe Dimitrie Pompeiu și pe Anton Davidoglu. Această teză este publicată tot în 1929, la editura Gauthier-Villars din Paris și va fi apreciată de savanții Vito Volterra, T. Levi-Civita, Paul Lévy.[*necesită citare*]

În 1930 pleacă la Paris, unde studiază la "*Sorbonne*" cu mari matematicieni și participă intens la viața științifică cu note remarcate de profesori. În anul 1931 susține examenul de docență, cu lucrarea "*Sur une classe de systemes d'equations aux derivees partielles de la Physique mathematique*", este numit conferențiar la *Facultatea de Matematică din Iași*. Pleacă cu o bursă Rockefeller, de studii, la Roma.

Lucrări

- 1929: *La mecanique analytique des systemes continus*
- 1942: *Logique modale*
- 1954: *Introducere în algebră*
- 1959: *Teoria algebrică a mecanismelor automate*
- 1960: *Funcţionarea în mai mulţi timpi a schemelor cu relee ideale*
- 1961-1962: *Circuite cu tranzistori*
- 1965: *Încercări vechi şi noi în logica neclasică*
- 1968: *Elemente de logică matematică şi teoria mulţimilor*.

Rotaru Iulian, clasa a XI-a B

Şerban Laurenţiu, clasa a XI-a B

Probleme de matematică rezolvate in Pascal

```
program combinari;
type stiva=array [1..10] of integer;
var st:stiva;
    ev,as:boolean;
    n,k,p:integer;
procedure init(k:integer;var st:stiva);
begin
 if k>1 then st[k]:=st[k-1]
       else if k=1 then st[k]:=0;
end;
procedure succesor(var as:boolean;var st:stiva;k:integer);
 begin
  if st[k]<n-p+k then
   begin
    st[k]:=st[k]+1;
     as:=true;
   end
    else as:=false;
 end;
procedure valid(var ev:boolean;var st:stiva;k:integer);
 var i:integer;
  begin
   ev:=true;
    for i:=1 to k-1 do
     if st[i]=st[k] then ev:=false;
      if (k=>2) and (st[k-1]>st[k]) then ev:=false;
  end;
function solutie(k:integer):boolean;
 begin
  solutie:=(k=p);
 end;
procedure tipar;
 var i:integer;
  begin
   for i:=1 to p do write (st[i]);
    writeln;
  end;
 begin;
  write ('n:=');readln (n);
  write ('p:=');readln (p);
```

```
k:=1;init(k,st);
 while k>0 do
  begin
    repeat
        succesor (as,st,k);
        if as then valid(ev,st,k);
    until (not as) or (as and ev);
  if as then
        if solutie(k) then tipar
                          else begin
                                 k:=k+1;
                                 init(k,st)
                                 end
        else k:=k-1;
  end;
 readln;
end.
```

Niță Alin, clasa a XI-a B

Bancuri matematice

Ionel vine de la scoala:
- Tata, am luat 4 la matematica!
Tatăl său il bate mar.
A doua zi:
- Tata, am luat 4 la fizica!
Iar o incaseaza Ionel.
A treia zi:
- Tata,am luat 10 la muzica!
Bataie din nou.
- Dar am luat 10!
- Dupa ce că nu inveti, iti mai arde si de cântat!

———————————————————————————————-

Un ardelean si un matematician in tren.
Dupa un timp trec pe langa o stana.
Ardeleanul numără 1,2,3,4,5,…425 de oi.
Se uita si matematicianul, scoate un pix si o foaie calculeaza…nimic.
Dupa o ora mai trec pa langa o stana.
Ardeleanul1,2,3,4,5,6,…281 de oi.
Matematicianul scoate notebook-ul calculeaza, math, cad alea alea, nimic.
Dupa inca cateva ore trec pe langa alta stana.
Ardeleanul: 1,2,3,4,5,…892 de oi.
Matematicianul scoate mobilul ,suna un prieten, se conecteaza la internet, cauta, da mail-uri, nimic.
- Domnule, nu va suparati, dar eu sunt matematician, membru al Academiei, cu diplome multe, comunicari etc. si nu am putut numara. Cum faceti?
- No, d-apai simplu, domnul meu, numeri picioarele si imparti la patru …

———————————————————————————————-

Dragul meu, tu iubesti mamtematica mai mult decit pe mine
- Desigur ca nu, cum poti crede asa ceva?!
- Demonsreaza!
- Fie A – multimea obiectelor iubite…

Concursul Național de Matematică Aplicată”Adolf Haimovici”,

filiera teoretică: profil real: Ştiințe ale naturii

cl. a X-a

Problema 1.

Fie x,y,z$\in (1,\infty)$ a.î. x · y · z = 3. Să se arate că: $\frac{\log_3^2 x+\log_3^2 y}{\log_3 x+\log_3 x}+\frac{\log_3^2 y+\log_3^2 z}{\log_3 x+\log_3 z}+\frac{\log_3^2 z+\log_3^2 x}{\log_3 z+\log_3 x}\geq 1$.

Prof. Ion Călinescu

Problema 2.

Să se determine numerele complexe z ştiind că : |z+2i|$\leq$1 şi |z+2|$\leq \sqrt{3}$.

Prof. Ion Călinescu

Problema 3.

Să se rezolve în R ecuația :

$\sqrt[3]{x-2}+\sqrt[3]{11-x}=3$

Prof. Ion Călinescu

Problema 4.

Rezolvați ecuația : $2^x \log_2 x=3^x \log_3 x$

Concursul Național de Matematică Aplicată"Adolf Haimovici",

filiera teoretică: profil real: Ştiințe ale naturii

cl. a IX-a

1. a) Fie x, y, z $\in$ R a. î. x + y + z = 0.

Arătați că: $x^3+y^3+z^3=3xyz$

b) Fie a, b, c $\in$ $(0,\infty)$ cu $a\neq b\neq c$

Notăm cu S(a,b,c) = $\dfrac{(a^2-b^2)^3+(b^2-c^2)^3+(c^2-a^2)^3}{(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3}$

i) Dacă $a\cdot b\cdot c=1\Rightarrow S(a,b,c)\geq 8$

ii) Ştiind că $xyz\leq\left(\dfrac{x+y+z}{3}\right)^3, \forall x,y,z\in R$,

dacă $a+b+c=1\Rightarrow S(a,b,c)\leq\dfrac{8}{27}$

2. Se consideră funcția $f:R\to R, f(x)=[x]+[x+\frac{1}{2}]-[2x]$

a) Arătați că funcția f este periodică cu perioada $T=\frac{1}{2}$;

b) Arătați ca $f(x)=0, (\forall)x\in R$.

3. Fie funcția f : **R**$\to$**R**, f(x) = ax + b, $\forall x\in[0,\infty)$ astfel încât punctele A(0,1) şi B(1,0) aparțin graficului funcției f. Dacă f(-x) = - f(x), $\forall x\in R$, reprezentați geometric graficul lui f.

4. Fie $\vec{a}$ si $\vec{b}$ vectori necoliniari. Determinati $m\in R$ a. i. vectorii: $\vec{u}=(m-1)\vec{a}+2\vec{b}$ si $\vec{v}=3\vec{a}+m\vec{b}$ sa fie coliniari.

Probleme de logica si inventivitate

1. Pe trei borcane de compot, unul de cireşe, altul de vişine, altul cu amestec de cireşe şi vişine, toate etichetele au fost puse greşit. Scoţând un singur fruct dintr-un singur borcan, să se determine conţinutul tuturor.

2. Trei oameni: O_1, O_2, O_3. Li se arată pe masă trei discuri albe şi două negre şi li se spune că li se va lipi pe spate cîte un disc. După ce se face aceasta, ei sunt aszaţi în şir, astfel că O_1 priveste în spatele lui O_2 şi O_3 ; O_2 în spatele lui O_3; iar O_3 nu vede nimic. Ce fel de disc ai în spate? O_1 răspunde: „ Nu ştiu"; apoi O_2 răspunde: „ Nu ştiu"; apoi O_3 raspunde „Ştiu". Ce disc avea O_3 şi cum a raţionat? (Se presupune că cei trei ştiu să raţionze perfect).

3. Călatoresc împreună cu tovaraşul meu P. Ajung la o răscruce de unde se deschid două drumuri, unul bun şi unul înfundat. În regiune sunt numai două categorii de oameni: 1) acei care spun totdeauna adevărul; 2) acei care spun totdeauna minciuni. La răscruce se afla un om O, despre care nu ştiu dacă este sincer sau mincinos. Ce întrebari îi adresăm pentru a afla cu siguranţa drumul bun?

4. O conversaţie:

A- Am trei copii.

B- Ce vârste au?

A- Produsul vârstelor lor (în ani,numere întregi) este 36.

B- Această informaţie nu este suficientă pentru a afla cele trei numere.

A- Suma vârstelor este egală cu numărul de etaje al blocului pe care îl ai în fată.

B (După ce numar etajele) – Tot nu se poate afla.

A- Cel mai mare are ochi albaştri.

B- Acum pot afla.

Să se afle vârstele celor 3 copii şi numărul de etaje despre care a vorbit A cu B.

Reprezentarea grafică a funcţiilor

Definiţia 2.4.1. Fie $f : D \to \mathbf{R}$ o funcţie reală de variabilă reală. Graficul funcţiei f este mulţimea: $G_f = \{(x, f(x)) | x \in D\} = \{(x, y) | x \in D, y = f(x)\}$. Reprezentarea geometrică a mulţimii $G_f \subset D \times \mathbf{R}$ într-un reper cartezian xOy se numeşte reprezentarea graficuluifuncţiei f.

A reprezenta grafic o funcţie $f : D \to \mathbf{R}, D \subset \mathbf{R}$ înseamnă a trasa curba G_f într-un reper cartezian.Reprezentarea grafică a unei funcţii pune în evidenţă anumite proprietăţi locale şi globale ale acesteia.

Pentru a prezenta mai sistematic modul de lucru în trasarea graficului unei funcţii se recomandă parcurgerea următoarelor etape de determinare succesivă a unor elemente caracteristice ale funcţiei.

1. Domeniul de definiţie D. Acesta este dat în enunţ sau în caz contrar se determină ca fiind mulţimea formată din toate punctele pentru care au sens operaţiile prin care este definită funcţia.

Dacă funcţia este periodică, cu perioada principală T, este suficient să se facă studiul funcţiei pe intervalul [0, T] sau un alt interval de lungime T.

Dacă funcţia este pară sau impară se poate studia funcţia pe mulţimea $D \cap [0,+\infty)$.

2. Limitele funcţiei la capetele domeniului de definiţie şi stabilirea asimptotelor funcţiei.

Limitele la capetele domeniului de definiţie dau informaţii despre comportarea funcţiei în aceste puncte şi despre eventuialele asimptote ale graficului funcţiei.

• Asimptotele verticale: sunt drepte de ecuaţie x = c astfel încât cel puţin una din limitele laterale f(c – 0) sau f(c + 0) este infinită.

• Asimptotele orizontale: sunt dreptele de ecuaţie y = a , a $\in \mathbf{R}$ cu proprietatea că

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = a \text{ sau } \lim_{x\to-\infty} f(x) = a$$

• Asimptotele oblice: sunt dreptele de ecuație y = mx + n.

Dacă $m=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}\in \mathbf{R}^*$ şi $n=\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-mx]\in \mathbf{R}$ atunci dreapta d: y = mx + n este asimptotă orizontală spre +∞ .

Dacă $m=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}\in \mathbf{R}^*$ şi $n=\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-mx]\in \mathbf{R}$ atunci dreapta d: y = mx + n este asimptotă orizontală spre -∞.

3. Intersecțiile graficului cu axele de coordonate

• $G_f \cap Ox$: Se rezolvă ecuația $f(x)=0, x\in D$ şi se rețin soluțiile $x_k\in D$. Punctele de intersecție au coordonatele $(x_k, 0)$.

• $G_f \cap Oy$. Dacă $0\in D$ atunci $G_f\cap Oy=\{A(0, f(0))\}$.

4. Studiul funcției cu ajutorul primei derivate. În acestă etapă se determină:

•Domeniul de continuitate, de derivabilitate şi prima derivată a funcției f.

•Se rezolvă ecuația $f'(x)=0$ şi se stabileşte semnul primei derivate.

• Se stabilesc intervalele de monotonie şi punctele de extrem

5. Studiul funcției cu a doua derivată.

•Se calculează f'' pe domeniul de existență.

•Se rezolvă ecuația $f''(x)=0$ şi se stabileşte semnul derivatei a doua.

•Se stabilesc intervalele de convexitate şi intervalele de concavitate, precum şi punctele de inflexiune.

6. Tabelul de variație a funcției.

Rezultatele obținute la paşii anteriori se introduc într-un tabel numit tabel de variație al funcției.

• Pe linia întâi (linia lui x) se trece domeniul de definiție şi valorile remarcabile ale lui x, determinate anterior.

•Pe linia a doua se trece semnul primei derivate, iar pe linia a patra se trece semnul derivatei a doua.

•Pe linia a treia se trec limitele funcției la capetele domeniului D, monotonia şi convexitatea-concavitatea funcției, valorile funcției în punctele remarcabile.Asimptotele verticale se marchează prin linii verticale, trecându-se limitele laterale corespunzătoare.

Apariția unor contradicții în tabloul de variație cum ar fi: creştere spre -∞, descreştere spre +∞, creştere de la +∞ încolo, indică greşeli de calcul la determinarea limitelor funcției sau în calculul primei derivate.

7. Interpretarea tabelului de variație şi trasarea graficului funcției.

Într-un reper cartezian xOy se trasează asimptotele, se reprezintă punctele de extrem, punctele de inflexiune, punctele de interscție ale graficului cu axele de coordonate.Se unesc aceste puncte printr-o linie curbă respectând informațiile furnizate de tabelul de variație.

Exemplul 2.4.1.Să se reprezinte grafic funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x^3-3x^2+4$.

Rezolvare:

Domeniul de definiție. Domeniul de definiție este dat în problemă: $D=\mathbf{R}$, si coincide cu domeniul de studiu al funcției.

Asiptotele funcției $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow$ f nu are asimptote orizontale

Cercetăm dacă f are asimptotă oblică spre +∞: d: y =mx +n

$m=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty\Rightarrow$f nu are asimptotă oblică spre +∞

Cercetăm dacă f are asimptotă oblică spre -∞: d:y =mx +n

$m=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty\Rightarrow$f nu are asimptotă oblică spre -∞

Deoarece $D=\mathbf{R}\Rightarrow$ f nu are asimptote verticale.

Intersecțiile graficului cu axele de coordonate

$G_f \cap Ox$ Ataşăm ecuația

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2+4=0 \Leftrightarrow x^3+x^2-4x^2+4=0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-4x+4)=0 \Leftrightarrow x \in \{-1,2\} \Rightarrow$$

$$G_f \cap Ox=\{A(-1,0), B(2,0)\}$$

$$G_f \cap Oy: f(0)=4 \Rightarrow G_f \cap Oy=\{C(0,4)\}$$

Studiul funcției cu ajutorul primei derivate. $f'(x)=3x^2-6x$. Ataşăm ecuația

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow x \in \{0,2\}$$

$$f(0)=4,\ f(2)=0$$

Tabelul cu semnul primei derivate şi monotonia funcție f este:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+++++++++++	0	--------------	0	+++++++++	
$f(x)$		↗	M = 4	↘	m = 0	↗	

Rezultă că funcția f este strict crescătoare pe intervalele: (-∞,0] şi [2,+∞); f este strict descrescătoare pe intervalul [0, 2].

0 este abscisa punctului de maxim local şi 2 a punctului de minim local ale funcției f.

Studiul funcției cu ajutorul derivatei a doua. $f''(x)=6x$. Ataşăm ecuația

$$f''(x)=0 \Leftrightarrow 6x=0 \Leftrightarrow x=0.$$

Tabelul cu semnul derivatei a doua şi intervalele de convexitate-concavitate ale funcție f este:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		--------------------	0	++++++++++++++	
$f(x)$					

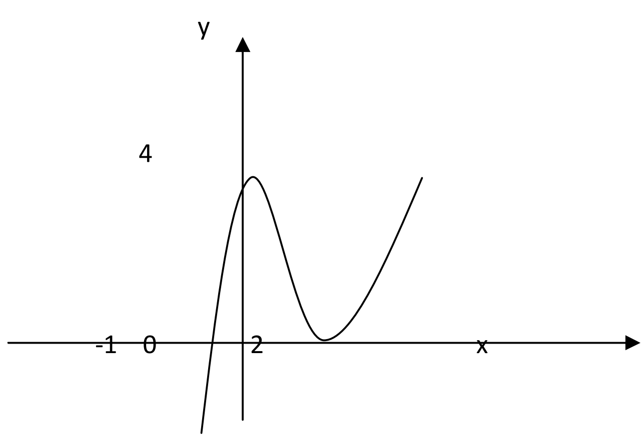
Rezultă că f este concavă pe intervalul (-∞, 0] şi convexă pe [0, +∞); 0 este abscisa punctului de inflexiune al funcției f.

Tabelul de variație a funcției. Sistematizând datele obținute alcătuim tabelul de variație:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+++++++++++			0	--------------	0	+++++++++	
$f(x)$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	M = 4	$\searrow$	m = 0	$\nearrow$	
$f''(x)$		------------------			0	+++++++++++++++++			

Trasarea graficului.

Interpretând datele din tabelul de variație se obține graficul funcției f.



http://www.didactic.ro/materiale-didactice/93556_grafice-de-functii

Aplicaţii ale derivatelor

1. Se consideră funcția $f:E\to R, f(x)=\dfrac{ax^2+bx+1}{x-2}$ unde ***a*** şi ***b*** sunt parametri reali:
   a) Să se afle ***E***;
   b) Să se determine ***a*** şi ***b*** astfel încât graficul funcției ***f*** să admită ca asimptotă oblică dreapta de ecuație ***y = x + 1***;
   c) Pentru ***a = 1***, ***b = - 1*** să se afle $f'(x)$, intervalele de monotonie şi punctele de extrem.

2. Se consideră funcția $f:[0+\infty)\to R, f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$:
   a) Să se afle $f'(x)$;
   b) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$;
   c) Să se afle intervalul de convexitate al funcției ***f***;
   d) Să se afle asimptotele la graficul funcției;
   e) Să se calculeze $f^{(2009)}(x)$;
   f) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției dusă în origine;
   g) Aplicând regulile lui l'Hospital să se afle valoarea limitei $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x))^{\frac{1}{x}}$.

3. Se consideră funcția $f:R\to R$, $f(x)=\ln(x^2+1)$.
   a) Să se calculeze derivata întâi, $(\forall)x\in R$;
   b) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$;
   c) Care afirmație este adevărată:
      1) $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$;
      2) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$;
      3) funcția ***f*** nu are extreme;
      4) x_0 = 0este un punct de minim pentru ***f*** .

4. Se consideră funcția $f:R\rightarrow R$, $f(x)=e^{x}\left(ax^{2}+bx+c\right)$; $a,b,c\in R$.
   a) Să se calculeze $f'(x)$ şi $f''(x), (\forall)\, x\in R$;
   b) Să se determine $a,b,c\in R$ dacă f(0) = 0, $f'(x)$(0) = 1 şi $f''(x)$ (0) = 4.

5. Să se determine valorile parametrului real ***m*** pentru care funcția $f:R\rightarrow R$, $f(x)=\ln\left(1+x^{2}\right)-mx$ este crescătoare pe R.

6. Se consideră funcția $f(x)=\dfrac{x^{2}+1}{x^{2}+ax+a}$, ***a*** fiind un parametru real, ***a***> 0.
   a) Să se determine ***a*** astfel încât graficul funcției să aibă o singură asimptotă verticală;
   b) Pentru ***a*** = 4 să se afle $f'(x)$ şi intervalele de monotonie ale funcției ***f*** .

7. Fie funcția $f:R\rightarrow R$, $f(x)=\dfrac{x^{2}}{\sqrt{x^{2}+1}}$:
   a) Să se calculeze derivata întâi;
   b) Să se afle punctele de extrem ale funcției ***f*** , intervalele de monotonie;
   c) Să se determine asimptotele funcției.

8. Fie $f:R\rightarrow R$, f(x) = $(x^2 + 4x + m)e^x$
   Să se determine valorile lui ***m***$\in R$ astfel încât ***f*** să aibă puncte de extreme.

9. Fie $f:E\rightarrow R$, $f(x)=\dfrac{ax^{2}+bx+c}{x+d}$, a,b,c,d $\in R$
   Să se determine a,b,c,d dacă ***x = 3*** este asimptotă verticală pentru grafic, ***y = x +2*** este asimptotă oblică pentru grafic şi ***f(1) = 1***.

10.Fie $f:\ \mathrm{R}-\left\{\frac{1}{6}\right\}\to \mathrm{R},\ f(x)=\frac{x^2+x}{6x-1}$

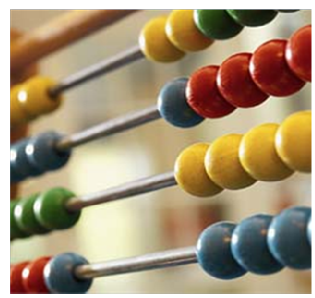
Să se afle numărul punctelor de extrem local pentru $\boldsymbol{f}$.

11.Fie $\boldsymbol{a}\in(0,+\infty)$ şi $\boldsymbol{f}:\boldsymbol{D_{max}}\to \mathrm{R},\ f(x)=\frac{ax^2+1}{x-1}$

a) Să se afle $\boldsymbol{D_{max}}$;

b) Să se afle valoarea limitei $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$;

c) Să se determine asimptota oblică la graficul funcției $\boldsymbol{f}$.



http://www.didactic.ro/materiale-didactice/aplicatii-ale-derivatelor

Simularea Examenului de Bacalaureat 2011

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

• Toate subiectele (I, II şi III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I (30 p)

5p **1.**Să se determine soluțiile reale ale sistemului $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+5$. Să se calculeze $f(2)+f(2^2)+\ldots+f(2^5)$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $2^{2x^2+3x-2}=8$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element n al mulțimii $\{2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $n^2+n>n!$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$ şi $B(-2,a)$, $a\in\mathbf{R}$. Să se determine numărul real a astfel încât dreapta AB să treacă prin punctul $O(0,0)$.

5p **6.** Să se calculeze $\cos x$, ştiind că $\sin x=\frac{3}{5}$ şi $x\in(0^\circ,90^\circ)$.

Subiectul II (30 p)

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ şi $A_n(n,2^n)$, $n\in\mathbf{N}$.

5p a) Să se verifice dacă punctele O, A_1, A_2 sunt coliniare.

5p b) Să se determine numărul de drepte care trec prin cel puțin două dintre punctele O, A_0, A_1, A_2.

5p c) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele A_n, A_{n+1}, A_{n+2}, $n\in\mathbf{N}$.

2. Se consideră mulțimea $G=\{A_x \mid x\in\mathbf{Z}\}$, unde $A_x=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\x&0&1\end{pmatrix}$, $x\in\mathbf{Z}$.

5p a) Să se verifice că $A_x \cdot A_y = A_{x+y}$, unde $x, y \in \mathbf{Z}$.

5p b) Să se determine elementul neutru din grupul $(G,\cdot)$.

5p c) Să se arate că funcția $f:\mathbf{Z} \to$ G, $f(x) = A_x$ este morfism între grupurile $(\mathbf{Z},+)$ şi $(G,\cdot)$.

Subiectul III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x+3, x \le 1 \\ \ln x, x > 1 \end{cases}$.

5p a) Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0 = 1$.

5p b) Să se calculeze $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

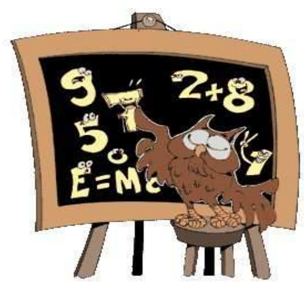
5p c) Să se determine $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(e^x) + f(e^{x^2}) + \ldots + f(e^{x^{2011}})}{x^{2011}}$.

2. Se consideră funcțiile $f, F:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = e^x + x^2 + 2x$ şi $F(x) = e^x + \dfrac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

5p c) Să se determine aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției
$h:[0,1] \to \mathbf{R}, h(x) = \dfrac{f(x) - x^2 - 2x}{e^x + 1}$, axa Ox şi dreptele de ecuații $x = 0$ şi $x = 1$.



http://www.didactic.ro/materiale-didactice/simulare-bacalaureat-2011

Ştiați că...

- În anul 1800 d. Hr. Gauss rezolvă problema găsirii poligoanelor regulate construibile cu rigla şi compasul, demonstrând că aceste poligoane trebuie să aibă 2p laturi sau , când este un număr prim.
- În anul 1801 d. Hr. Gauss demonstrează că fiecare număr natural este egal cu suma a cel mult trei numere triunghiulare.
  Tot Gauss introduce noțiunea de congruență modulo p.
- În anul 1830 într-un tratat de algebră, George Peacock (9.04.1791 - 8.11.1858) face una dintre primele incercări cunoscute de formulare a legii fundamentale a aritmeticii.
- În anul 1839 d. Hr. Gabriel Lame (22.07.1795 - 1.05.1870) dovedeşte valabilitatea teoremei lui Fermat pentru n = 7.
- În anul 1847 d. Hr. Ernest Kummel (29.01.1810 - 14.05.1893) introduce în teoria numerelor noțiunea de ideal, o generalizare a numerelor prime care face posibil ca teorema fundamentală a aritmeticii să fie aplicată si numerelor complexe.
- În anul 1850 d. Hr. matematicianul rus Pafnutie Lvovivici Cebasev (26.05.1821 - 12.08.1894) demonstrează afirmația lui Bertrand: " Pentru orice n număr natural, n > 2, avem cel putin un numar prim cuprins intre n şi 2n - n."
- În anul 1860 d. Hr.
  - Nicollo Paganini, elev de 16 ani, uluieşte lumea matematicii, descoperind perechea (1184; 1210) de numere prietene. In ultimele secole se descoperă multe perechi de numere prietene, toate foarte mari.
  - Sunt folosite cutia de viteza şi capul divizor al strungului, invenții bazate pe rezultate al divizibilității numerelor naturale.
- În anul 1909 d. Hr.
  - S-au editat tabele cu numere prime mai mici decât 10 000 000 şi cu cei mai mici divizori ai numerelor compuse mai mici decât 100 000.
  - Incepe utilizarea in coduri numerice a proprietăților numerelor prime.
- În anul 1946 d. Hr. se naşte calculatorul electronic. Incă de la inceput, puterea sa de calcul va fi utilizată in căutarea numerelor prime.
- În anul 1959 d. Hr. W. Sierpinski (1882 - 1970) demonstrează că pentru n > 5, între numerele naturale n şi 2n avem cel puțin două numere prime.
- În anul 1980 d. Hr. L. Adleman şi R. Rumelig dezvoltă o metodă nouă şi imbunatățită de testare a numerelor in vederea descoperii numerelor prime.
- În anul 1985 Hugh C. Wiliams şi Harvey Dumbar ajung la concluzia că numărul format din 1031 de cifre de 1 este prim.

Sursa:http://www.util21.ro/util21/curiozitati-stiati-ca-23.htm

Testul de inteligență a lui Einstein

Prezumtii:

1. exista 5 case, fiecare de alta culoare
2. in fiecare casa locuieste o singura persoana, fiecare de alta nationalitate.
3. fiecare locatar prefera o anumita bautura, fumeaza o anumita marca de tigari si detine un anumit animal de companie.
4. nici una din cele 5 persoane nu are casa de aceeasi culoare cu alta, nu bea aceeasi bautura, nu fumeaza aceeasi marca de tigari si nu detine aceeasi specie de animal.

Se dau urmatoarele:

a. britanicul locuieste in casa rosie
b. suedezul are un caine
c. danezul bea cu placere ceai
d. casa verde se afla in stanga casei albe
e. locatarul casei verzi bea cafea
f. persoana care fumeaza “Pas Mal” are o pasare
g. locatarul casei din mijloc bea lapte
h. locatarul casei galbene fumeaza “Down Hill”
i. olandezul locuieste in prima casa
j. fumatorul de “Carlbrough” locuieste langa cel care are o pisica
k. locatarul care are un cal locuieste langa cel care fumeaza “Down Hill”
l. fumatorul de “Wind Fill” bea bere
m. olandezul locuieste langa casa albastra
n. germanul fumeaza”Rustguns”
o. fumatorul de “Carlbrough” are un vecin care bea apa.

Cine are acvariul cu pesti?

Albert Einstein a conceput acest test. El sustinea ca 98% din populatia globului nu sunt in stare gaseasca rezolvarea.

Tu tii cu majoritatea?

Miorița în matematică

CONTINUARE EDITIA I

Dar de la f(0)-ncoace
Unui PUNCT nu-i place
Să mai stea-n MULȚIME
Şi de treabă a se ține.
BIJECTIVA se-ntreba:
- PUNCTUL ăsta ce-o avea?
Şi se duse
Şi îi spuse:
- Dragă PUNCTULEȚUL meu
Ce rău, oare, îți fac eu,
Sau nu-ți place poate
C-ai COORDONATE
NATURALE toate?
Vrei să stai mai jos
Crezi că-i mai frumos?
Nu vrei un' te-am pus
Vrei cumva mai sus?
- Dragă BIJECTIVĂ
Eu chiar dimpotrivă,
Mă simt foarte bine
Dar e rău de tine!
Când o să-nsereze,
Vor să te-ANULEZE
Funcția INJECTIVĂ
Şi cea SURJECTIVĂ.
- Dacă s-o-ntâmpla
De m-or ANULA
Să mă-ngropi în zori
În CÂMP DE VECTORI
Într-o VECINĂTATE
Pe-aici pe-aproape
Sau chiar în MULȚIME
Să fiți tot cu mine.
Iar la cap să-mi pui
CALCUL INTEGRAL
Ori un MANUAL
Sau poate-un TRATAT
Cât mai inspirat
Şi de l-or citi
Îşi vor aminti
Cei ce au uitat
Că am existat
>> Şi voi fi propusă,
În SUBIECTE inclusă,
Pentru OLIMPIADĂ
Sau BALCANIADĂ.
Şi-n loc de-ANULAT
Să le spui curat

C-am INTERSECTAT

Mândrele ELIPSE

Că am PUNCTE FIXE

RĂDĂCINI REALE

Şi IMAGINARE

Şi că am DARBOUX.

Dar mai află tu

Că de-oi întâlni

O SFERĂ bătrână

Cu un CERC de lână

Prin SPAȚIU alergând

Şi la toți zicând:

- Cine mi-a văzut

Sau mi-a cunoscut

O FUNCȚIE - AFINĂ

Cu o PANTĂ lină

Bine DEFINITĂ

Şi NEMĂRGINITĂ?

Să te-nduri de ea

Şi să-i spui aşa:

C-am INTERSECTAT

Mândrele ELIPSE

Că am PUNCTE FIXE

RĂDĂCINI COMPLEXE

Şi că am DARBOUX.

Dar nu-i spune tu

De cele REALE

Că de-i povesti

Mult ai s-o mâhneşti

Şi va şti de-ndat

Că m-au ANULAT.

Şi încă te mai rog

Ca-ntre colegi buni

Tot ce am avut

Tu să le aduni

Să le scoți din SPAȚIUL

Cu trei

>> DIMENSIUNI,

Iar tu dragul meu

Să te INTEGREZI

Să te ANEXEZI

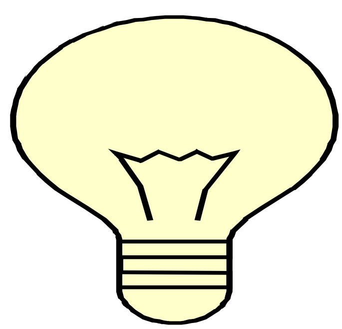
La altă MULȚIME

Că-i greu fără mine

Dar îți va fi bine

Şi vei rezista, cât va EXISTA

MATEMATICA!



http://funhouse.dreams.ro/2011/03/08/miorita-matematica/

Echipa de redacție

Îndrumători:

Prof. Daniela Toma

Prof.Marius Duță

Realizatori:

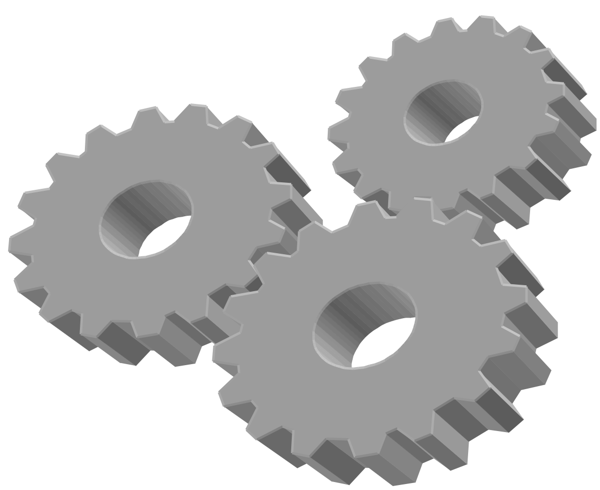
Laurențiu Şerban

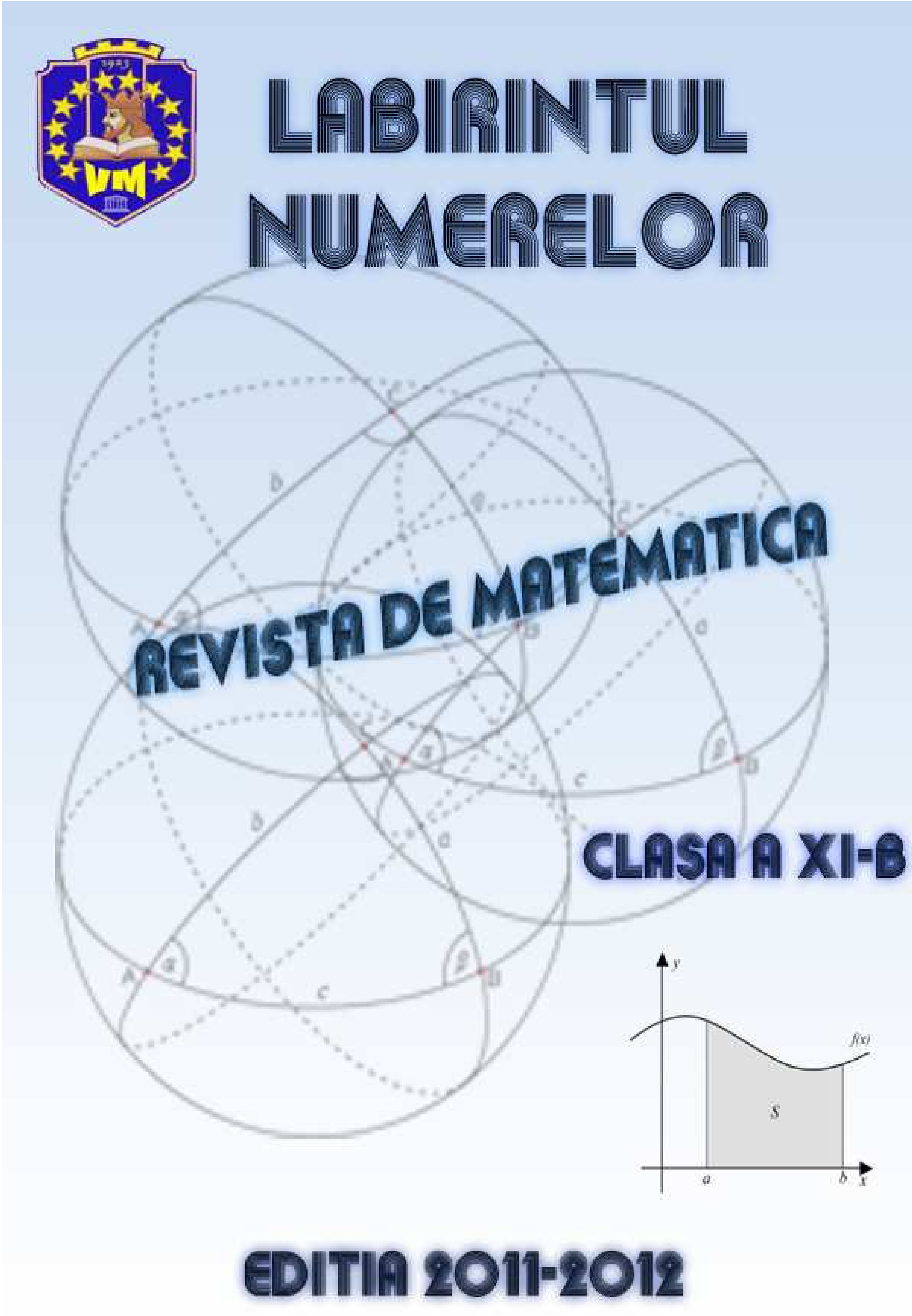
Alin Niță

Colaboratori:

Dragoş Badea

Iulian Rotaru




LABIRINTUL
NUMERELOR
REVISTA DE MATEMATICA
CLASA A XI-B
f(x)
S
EDITIA 2011-2012