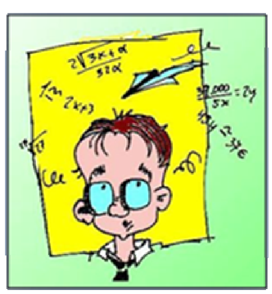

LABIRINTUL NUMERELOR
REVISTA DE MATEMATICA
EDITIA 2011-2012
CLASA A XI-A B
GRUP SCOLAR VOIEVODUL MIRCEA
TARGOVISTE
NR. 1

Cuprins:



Unul dintre argumente...

Nu este deloc simplu să realizezi o revistă de matematică pe care s-o citească ceilalți şi, mai mult decât atât, să le şi placă. Există foarte multe publicații în acest domeniu. În plus, în liceul nostru, matematica este pusă la loc de cinste de către majoritatea elevilor pentru care conteaza.

Pentru a face o selecție corectă a materialelor publicate, astfel încât să fie "aşteptat" cu nerăbdare numărul următor, am ținut cont că trebuiesc îndeplinite câteva condiții: accesibilitate, atractivitate, design,…

Încercăm, eu şi elevii clasei a-XI-a B (mate-info), să va provocăm pe toți la un "duel" al minților. În primul rând veți avea probleme de matematică şi subiecte model pentru examenul de bacalaureat, la care aşteptăm soluții, care să poată fi publicate în numărul următor. De asemenea aici veți găsi umor matematic, curiozități din lumea matematicii, crâmpeie din istorie, informații despre numere etc. Problemele care țin de domeniul perspicacității îşi vor atinge scopul dacă veți petrece o parte din timpul liber găsind calea adevărului într-un labirint spiritual.

Revista va reprezenta în toate numerele o invitație la ..."gimnastică matematică". Aşteptăm reacția dumneavoastră şi chiar contribuția pentru o viitoare colaborare

Gânduri pentru elevii mei

În istoria matematicii din sufletul omenesc timid.

Limitele...piereau şi pulsul tindea la infinit,

Sub simțirea unui sărut tineresc.

La atingerea unui minus, minusul dispărea în univers.

Plusul se adună şi strângând aripile, răscoleşte prin ani

Răscoleşte printre pleoape privirile

Un zero rotund

Se dublează devenind

Un infinit profund...

Apar reguli şi încet, încet

Din corolar în corolar ajungem în prezent.

....

E primăvară acum, dorurile se înmulțesc

Şi încearcă să rezolve ecuațiile cu două necunoscute.

Pocnesc mugurii şi zarzării-nfloresc

Sub ninsoarea petalelor albe, fiecare adolescent visează poate la necunoscuta ecuației vieții sale...

Oare ce putere va avea x ?

Prof. Daniela Toma

Ştiaţi că …

☻În anul 2400 î. Hr.

În Mesopotamia se dezvoltă sistemul de numerație pozițional în baza 60? Numărul 60 este ales, probabil, ca o consecință a listei mari de divizori ai acestui număr (adică 12 divizori).

☻ În anul 1800 î. Hr. mesopotamienii alcătuiesc primele tabele de înmulțire?

☻ În anul 585 î. Hr. utilizând proprietățile de divizibilitate a numerelor, Thales din Milet (636 – 546 î. Hr.) prezice o eclipsă de Soare?

☻În anul 500 î. Hr. pitagorienii, lucrând cu numere reprezentate prin figuri, atribuie câte un sex fiecărui număr, cele impare sunt de sex masculin, cele pare, de sex feminine? Tot ei introduc noțiunile de număr prim, număr compus, numere relative prime, numere prime perfecte, numere prietene (amiabile).

Un număr este PERFECT dacă suma S a divizorilor săi (exceptând numărul însuşi) este egală cu numărul dat N?

Dacă S > N, atunci numărul este SUPRAPERFECT, iar dacă S < N, numărul este IMPERFECT?

Exemple de numere perfecte:

6 = 1+2+3;

28 = 1+2+4+7+14;

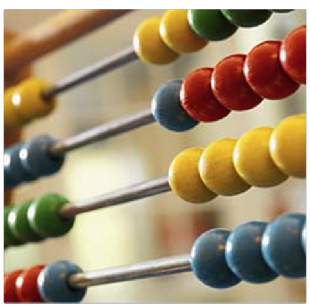
496= 1+2+4+8+16+31+62+124+248.

Exemple de numere imperfecte:

14 >1+2+7;

16 > 1+2+4+8;

22 > 1+2+11.



VA URMA…

Citate despre matematică!

Algebra este instrumentul intelectual care a fost creat pentru redarea clară a aspectelor cantitative ale lumii.-Alfred North Whitehead

Matematica este muzica rațiunii.-James J. Sylvester

Matematica este o limbă şi o ştiință.-Lucian Blaga

Matematica este regina ştiințelor.-Karl Friedrich Gauss

Matematica este limba cu care Dumnezeu a scris universul.Galileo Galilei

Matematica constă în a dovedi ceea ce este evident în cel mai puțin evident mod.-George Polya

Glume matematice

- Ionele, dacă ai avea 100 de lei si Geo ți-ar lua 40, ce ar rezulta?

- O bătaie pe cinste!

- Un profesor de matematică la magazinul foto:

- Aş dori să developez câteva filme, vă rog...

- 9 x 13?

- 117. De ce ?

Sursa: http://subiecte.citatepedia.ro/despre.php?s=matematic%E3

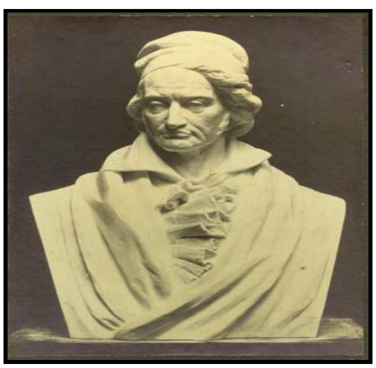
Carolo Friderico Gauss...

Carl Friedrich Gauss, latinizat Carolo Friderico Gauss, (n.30 aprilie 1777, Braunschweig - d. 23 februarie 1855, Göttingen) a fost un matematician, fizician şi astronom german celebru.

La vârsta de 7 ani, Carl Friedrich Gauss începe şcoala primară, fiind remarcat foarte repede de Büttner şi Martin Bartels, aceştia continuând să îi fie profesori şi în gimnaziu . După ce a primit o aprobare de la Ducele de Braunschweig, Gauss a intrat la Colegium Carolinum în 1792, unde descoperă legea lui Bode, teorema binomială şi teorema numerelor prime .

În 1795, Gauss părăseşte oraşul Braunschweig pentru a studia la Universitatea Göttingen. Profesorul lui Gauss a fost Abraham Gotthelf Kästner, pe care Gauss l-a provocat de multe ori. Aici îl va cunoaşte în 1799 pe Farkas Bolyai, cu care va întreține o intensă corespondență.

În 1798, părăseşte Göttingen, fără diplomă, pentru a se reîntoarce în 1799. În acest timp a făcut una dintre cele mai importante descoperiri ale lui, şi anume : construcția unui poligon cu 17 laturi folosind numai rigla şi compasul. Acesta era considerat cel mai mare avans în acest domeniu, de la matematicienii Greciei Antice.



Ducele de Braunschweig a fost de acord ca Gauss să îşi continue munca, dar a pus condiția ca acesta să susțină o lucrare de doctorat la Universitatea din Helmstedt. Îndrumătorul lui Gauss a fost ales Johann Friedrich Pfaff, la rândul lui, fost elev al lui Kästner.

În 1801 publică Disquisitiones Arithmeticae, iar în iunie 1801, astronomul austriac Zach, pe care Gauss îl cunoscuse cu doi sau trei ani în urmă, publică poziția orbitală a lui Ceres, o nouă „planetă mică”. Acest asteroid fusese descoperit anterior de Piazzi, un astronom italian, pe 1 ianuarie 1801, dar care nu a putut fi observat temeinic. Zach a publicat mai multe predicții, incluzând una a lui Gauss care diferea mult de celelalte.

Când Ceres a fost redescoperită de Zach pe 7 decembrie 1801, se afla aproape exact unde prevăzuse Gauss.

Anii 1808-1809 au fost grei pentru Gauss, fiind lovit de trei decese consecutive. În 1808 a murit tatăl său, pentru ca apoi să moară şi soţia sa Johanna, la naşterea celui de-al doilea copil, care de altfel şi-a pierdut şi el viaţa, la puţin timp după mamă. Gauss se însoară pentru a doua oară anul următor cu Minna, prietena cea mai bună a Johannei, cu care a avut trei copii.

Munca nu a fost foarte afectată de viaţa personală. El îşi publică cea de-a doua lucrare "Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis Solem ambientium", în 1809, un tratat major de două volume despre mişcarea corpurilor cereşti.

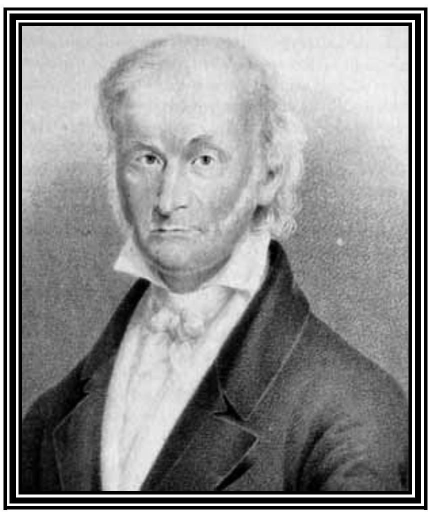
O mare parte din timp Gauss şi-a petrecut-o la noul observator, terminat în 1816. Publicaţiile sale din această perioadă includ: " Disquisitiones generales circa seriem infinitam", o tratare riguroasă a seriilor, "Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi", un eseu practic pentru aproximarea integralelor, "Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen", o discuţie despre estimatorii statistici şi "Theoria attractionis corporum sphaeroidicorum ellipticorum homogeneorum methodus nova tractata", operă inspirată de metodele geodeziei. În 1818 i se cere un studiu geodezic al ţinutului Hanovrei, studiu pe care Gauss îl acceptă. Datorită acestui studiu, măsurătorile fiind efectuate de Gauss, inventează heliotropul care funcţiona reflectând razele solare utilizând un ansamblu de oglinzi şi un mic telescop.

Anii 1817-1832 aveau să fie din nou trişti pentru Gauss, pentru că, în 1839, moare mama sa iar el se cearta cu soţia sa din cauza unui post oferit lui Gauss în Berlin. Lui Gauss însă nu i-a plăcut niciodată să se mute şi a decis să rămână în Göttingen. În 1831 cea de-a doua soţie a lui Gauss a murit dupa o boală îndelungată.

A fost de asemenea în stare să ia parte la deschiderea liniei ferate care lega Hanovra şi Göttingen, dar aceasta s-a dovedit a fi şi ultima sa ieşire. Sănătatea sa s-a deteriorat încet iar Gauss a murit în somn în dimineaţa zilei de 23 februarie 1855.

MATEMATICA

În domeniul matematicii, Gauss s-a remarcat încă de mic, uimindu-şi profesorii din şcoala primară prin găsirea unei metode de calcul a sumei întregilor până la 100 astfel: 1 + 100 = 101, 2 + 99 = 101, 3 + 98 = 101, astfel încât e nevoie doar de făcut calculul: 50 × 101 = 5050. Opera sa se axează pe teoria numerelor, analiză matematică, geometrie diferențială, sau statistică, Gauss publicându-şi doar o parte din cercetări, într-un stil spartan, astfel încât erau puțini cititori ai operei sale în acele vremuri.



Opere importante:

* Disquisitiones Arithmeticae,(1801) o lucrare în şapte secțiuni dedicată teoriei numerelor, în afară de ultima parte, dedicată celebrului său poligon cu 17 laturi;

* Disquisitiones generales circa seriem infinitam, un tratat riguros asupra seriilor, şi o introducere a funcțiilor .

În 1832 el şi Wilhelm Eduard Weber au început să studieze teoria magnetismului terestru, iar până în 1840 scrie trei articole importante despre acest subiect: "Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata" (1832), „Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus" (1839) şi „Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstossungskräfte" (1840). În 1837 Weber a fost forțat să părăsească Göttingen, dar până atunci cei doi au reuşit numeroase descoperiri printre care : legile lui Kirchhoff, un telegraf primitiv, ş.a.

Rotaru Iulian, clasa a XI-a B

Model pentru bacalaureat(M2)

Subiectul I :

1.Aflați elementele mulțimii $A=\{x\in Z \mid |2x-3|\le 4\}$.

2.Aflați punctele de intersecție ale graficului funcției $f:R\to R, f(x)=3x-12$ cu axele de coordonate XOY.

3.Rezolvați în R ecuația $\log_2 \sqrt{x}=2$.

4.Aflați probabilitatea că, alegând un număr din mulțimea $\{\sqrt[3]{1},\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{3},...,\sqrt[3]{10}\}$ acesta să fie număr natural.

5.Aflați valorile parametrului real a pentru care dreptele de ecuație 8x+6y-7=0 și ax-16y+1=0 să fie perpendiculare.

6.Aflați cos2x dacă $\sin x=\frac{1}{8}$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

Subiectul II:

1.Fie mulțimea $G=\left\{A(x,y)=\begin{pmatrix} x & x \\ y & x\end{pmatrix} \middle| x,y\in Z\right\}$ şi $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}, I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Verificați dacă O_2 și I_2 aparțin mulțimii G.

b) Verificați dacă suma şi produsul a oricăror două elemente din G aparțin mulțimii G.

c) Arătați că det(XY-YX)≤0, $\forall$ X,Y$\in$ G.

2.Se consideră polinomul $f = x^2 + 16x + 1$ cu x_1, x_2, x_3 rădăcini.

a) Arătați că $x_1^1 + x_2^2 + x_3^3 = 32$.

b) Calculați $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.

c) Calculați $(x_1 + x_2)^2 + (x_2 + x_3)^2 + (x_1 + x_3)^2$.

Subiectul III:

1.Se consideră funcțiile $f_n : R \to R$, $f_0(x) = xe^x$ și $f_{n+2}(x) = f_n'(x)$, $\forall$ x$\in$ R și $\forall$ n$\in$ N.

a) Să se determine asimptota funcției f_0 către $-\infty$.

b) Să se arate că $f_1(x) \geq -\frac{1}{e^2}$, $\forall$ x$\in$ R.

c) Să se arate că $f_n(x) = (x + n) \cdot e^x$, $\forall$ x$\in$ R.

2.Se consideră funcțiile f, g: $(0,+\infty) \to$ R $f(x) = 3\sqrt{x} + 5 \ln x$ și $g(x) = \frac{10 + 3\sqrt{x}}{2x}$.

a) Să se arate că funcția f este primitivă a funcției g.

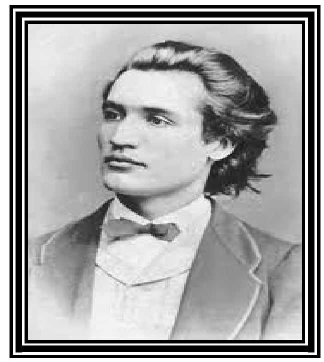
b) Să se calculeze $\int_1^e f(x) \cdot g(x) dx$.

c) Să se demonstreze că $\int_1^4 g(x) f''(x) dx = -\frac{152}{8}$.

Interdisciplinaritate. Legăturile matematicii cu celelalte discipline.

În anul 1993 a apărut la Editura Academiei Române volumul al XV-lea din ,,Operele lui Mihai Eminescu" , sub îngrijirea lui Petru Cretia si Dimitrie Vatamaniuc.Textele din acest volum sunt împărțite în două secțiuni: Printre textele din prima secțiune se găsesc şi cele referitoare la matematică, astronomie, fizică şi ştiințe naturale.În textele redactate în primăvara şi vara anului 1883, poetul foloseşte un limbaj de maximă concentrare, adesea "criptic".

Acestea ,,pot constitui importanță şi interes pentru şcoala matematică românească", deoarece în aceste însemnări, Eminescu ,,matematizează cele mai variate domenii ale activității umane ". El afirmă că matematica este ,,Limba universală, limba de formule, adică de fracțiuni ale celor trei unitați: timp, spatiu şi mişcare".



Ocupându-se de raportul dintre finit şi infinit face o serie de însemnări caracteristice profunzimii gândirii sale. De exemplu:

,,Orice mărime finită cu infinitul este zero.De aceea sentimentul de adâncă nimicnicie care ne cuprinde față cu Universul".

,,O mărime concretă adunată c-o mărime infinită dă un rest negativ în infinit".

,,O marime concretă din care se scade o mărime infinită dă un rest negativ în infinit".

Interpretează fenomenele umane prin ecuații matematice astfel:

,,Orice moment din viața universului e ecuațiunea momentului următor".

,,Orice moment din prezent e ecuațiunea momentului trecut".

,,Nu cunoastem decât raporturi dintre finit şi finit+ecuațiunea".

În „Teoria ecuațiunii" interpretează fenomenele umane prin ecuații matematice astfel:

„Orice moment din viața universului e ecuațiunea momentului următor".

„Nu cunoaştem decât raporturi dintre finit şi finit-ecuațiunea”.

„ecuațiunea fizică: frumusețea”

„ecuațiunea socială: echitatea”

„ecuațiunea psihologică: lupta şi economia”

„ecuațiunea intelectuală: omnilateralitatea, cultura ”

„ecuațiunea comercială: prețul fix”

„ecuațiunea comercială: dobânda legală”

Influența matematicii în gândirea eminesciană este ilustrată în următoarele versuri:

„Iar colo batrînul dascăl, cu-a lui haină roasă-n coate,
Într-un calcul fără capăt tot socoate şi socoate
- -
Universul fără margini e în degetul cel mic,
Căci sub frunte-i viitorul şi trecutul se încheagă
Noaptea-adînc-a veciniciei el în şiruri o dezleagă;
Precum Atlas în vechime sprijinea cerul pe umăr
Aşa el sprijină lumea şi vecia într-un număr.
- -
„Capul greu cădea pe bancă, păreau toate-n infinit;”
(„Scrisoarea II”)
„Pân-a nu ajunge-n culmea dulcii muzice de sfere;”
(„Scrisoarea V”)

Există în arta poetică mici poeme de formă fixă: sonetul, rondelul şi trioletul în care matematica joacă un rol fix. Eminescu s-a înscris şi în rândul celor mai mari sonetişti, cu arhicunoscutul sonet „S-a stins viața...” (Sonetul este un mic poem de 14 versuri de aceeaşi măsură, cu versuri de 11 silabe, cele 14 versuri alcătuiesc 4 strofe, primele două fiind catrene şi ultimele terține. Catrenele au numai două rime, aceleaşi în ambele strofe, terținele au în total trei rime).
Eminescu a reunit poezia cu ştiințele naturii şi istoria şi de aceea poeziile lui ne oferă un orizont mult mai vast pe care sufletul omenesc îl cuprinde şi-l apropie.

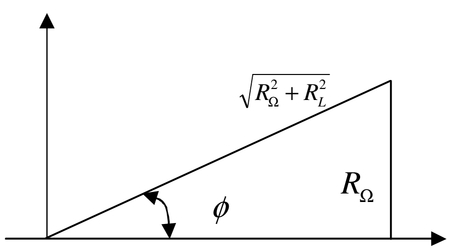
Sursa: http://www.anulmatematicii.ro/articol/eminescu-si-matematica-in-metafora

Aplicarea numerelor complexe în fizică şi tehnică

Se ştie că la trecerea unui curent alternativ printr-o bobină[1] , în afară de rezistența ohmică (activă), apare o rezistență datorită inducției, numită reactanță inductivă, a cărei valoare este $R_L = 2\pi F \cdot L$, unde f= frecvența curentului şi L=inductanța bobinei.

Rezistența totală se poate reprezenta printr-un număr complex $R = R_\Omega + iR_L$.

Modulul $|R| = \sqrt{R_\Omega^2 + R_L^2}$ reprezintă impedanța, al cărei argument φ este dat de $tg\varphi = \frac{R_L}{R_\Omega}$.



$R = R_\Omega + IR_L$

IR_L

Fig.1

Considerațiile de mai sus nu ne folosesc în cazul când într-un circuit avem intercalate mai multe bobine în serie sau paralel şi când prin aplicarea relațiilor lui Kirchhoff putem calcula impedanța totală ca o sumă de numere complexe de forma $R_\Omega + iR_L$.

Luăm un exemplu:

1.(Legarea în paralel). Aşezăm ambele bobine în paralel şi după relația lui Kirchhoff

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \approx \frac{(220 + 2200i)(200 + 1100i)}{400 + 3300i}.$$

Ne trebuie modulul lui R, adică impedanța; avem

$$|R| = \frac{|R_1| \cdot |R_2|}{|R_1 + R_2|} \approx \frac{2210 \cdot 1120}{3324} \approx 745,$$

apoi calculăm intensitatea

$$I = \frac{U}{|R|} \approx \frac{220}{745} A \approx 0{,}295A.$$

În mod analog se procedează şi când in circuit se afla un condesator, fiindcă condesatorul într-un circuit de curent alternativ se comportă ca o reyistență(reactanță capacitivă).

Probleme SERIOASE de matematică

1. $\sqrt[m]{(a+x)^2}+2\sqrt[m]{(a-x)^2}=3\sqrt[m]{a^2-x^2}$

R: Se poate nota $\sqrt[m]{a+x}=\gamma$ și $\sqrt[m]{a-x}=\beta$ și avem $\gamma^2+2\beta^2-3\gamma\beta=0$ sau $(\gamma-\beta)^2-\beta(\gamma-\beta)=0$, de unde $\gamma=\beta$ si $\gamma=2\beta$. Se obțin rădăcinile $x_0=0$ și $x_2=\frac{2^m-1}{2^m+1}\gamma$.

Astfel: Se împart ambii membrii ai ecuației $\sqrt[m]{a^2-x^2}$ (a fiind ≠x) si apoi 34 se notează $\sqrt[m]{\frac{a+x}{a-x}}$ cu y, rezultând ecuația $y^2-3y+2=0$ etc.

2. Să se rezolve inecuațiile:

$\sqrt{x-2}>x-4$

R: Ca problema să aibă sens, este necsar ca

$x-2\geq 0 <=> x\geq 2$

Distingem două cazuri:

a) $x-4\leq 0 <=> x\leq 4,$

Şi ținând seamă de (1) şi (2), rezultă

$$2\leq x\leq 4.$$

b) $x-4>0 <=> x>4.$

În acest caz putem raționaliza ecuația obtinând

$$x-2>d(x-4)^2 => 3<x<6,$$

şi combinînd (4) cu (5), rezultă

$4<x<6$

Din (3) şi (6) se obţine soluţia finală $x \in [2,6)$.

Altfel. Punem $y_1 = \sqrt{x-2}$ şi $y_2 = x - 4$ cu condiţia $x - 2 \geq 0$. Din graficul celor două funcţii rezultă soluţia anterioară (fig.1)

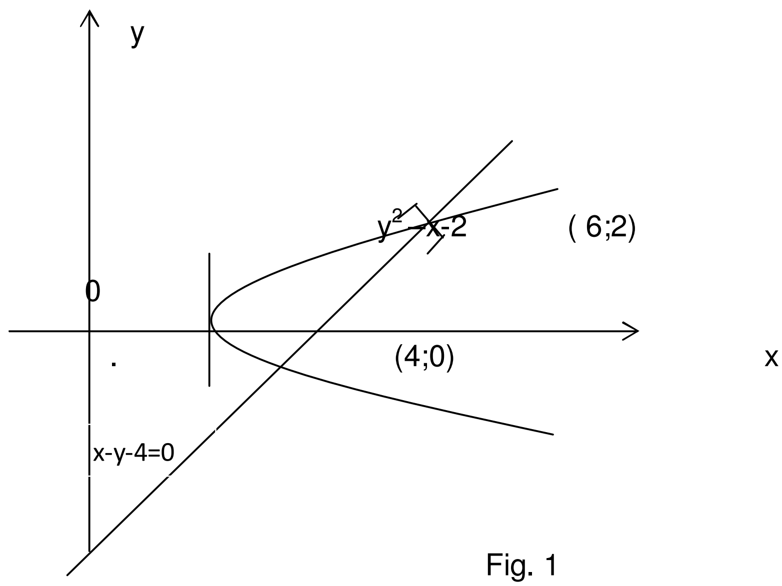
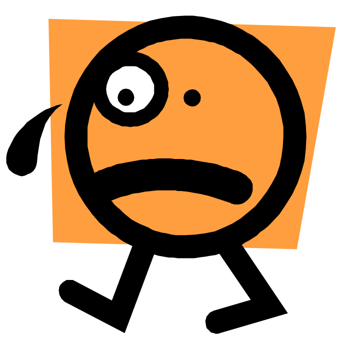


Fig. 1



Niţă Alin, clasa a XI-a B

Şerban Laurenţiu, clasa a XI-a B

Badea Dragoş, clasa a XI-a B

Concursul de matematică Adolf Haimovici

Concursul de matematică Adolf Haimovici este organizat în fiecare an de Facultatea de Construcții de Maşini şi Management Industrial în colaborare cu ISJ din Iaşi şi se adresează tuturor elevilor din liceu în afară de cei de la specializarea matematică-informatică.

Grupul Şcolar "Voievodul Mircea" a participat în ultimii doi ani la acest concurs şi a avut rezultate foarte bune la etapa județeană. Au obținut 2 premii I la profilul tehnic în 2010 prin Bănică Laurențiu şi Carstea Sorina şi 2 premii II la acelaşi profil, în anul 2011 prin Bănică Laurențiu şi Ion Emanuel(clasa a XII-a I). Felicitări!

Mult succes în continuare tuturor elevilor care vor participa la concursurile de matematică!

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

„ADOLF HAIMOVICI", ETAPA LOCALĂ, 12.02.2011

PROFILUL UMAN, SPECIALIZAREA FILOLOGIE, ŞTIINȚE SOCIALE

SUBIECTE - CLASA a X-a

1). Comparați următoarele numere reale şi arătați care este mai mare:

a). $5^{200}\ sau\ 3^{300}$;

b). $999^{10}\ sau\ 10^{30}$;

c). $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^3\ sau\ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$.

2). Dacă $15^a = 5$ şi $15^b = 3$, să se calculeze $16^{\frac{1-a-b}{1-a}}$.

3). a). Dacă $\log_5 2 = a$ şi $\log_5 3 = b$, calculați în funcție de a şi b $\log_{12} 324$.

b). Dacă $\log_2 3 = a$ şi $\log_3 5 = b$, calculați în funcție de a şi b $\log_6 150$.

4). Fie $F = \{f_n : R \to R \mid f_n(x) = x^n, x \in R, n \in N^*\}$.

a). Să se arate că dacă $f, g \in F$, atunci $f \circ g \in F$.

b). Să se determine funcțiile $f, g \in F$ cu proprietatea $(f \circ g)(x) = f_{2011}(x), \forall x \in R$.

c). Să se calculeze $f_1 \circ f_2 \circ f_3 \circ f_4 \circ f_5$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă se notează cu 0-7 puncte.

Subiectele au fost selectate şi propuse de:

Prof. Natalia Fărcaş, Colegiul Național „Gheorghe Şincai" , Baia Mare,

Prof. Georgeta-Lia Berinde, Colegiul Tehnic Transilvania, Baia Mare

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

„ADOLF HAIMOVICI", ETAPA LOCALĂ, 12.02.2011

FILIERA TEHNOLOGICĂ: PROFIL SERVICII, RESURSE NATURALE ŞI PROTECȚIA MEDIULUI

SUBOECTE - CLASA A IX-A

Subiectul I.
Să se determine funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, care verifică egalitatea
$2010 f(x) + f(2011 - x) = 2009x - 2010 \cdot 2011, \forall x \in \mathbf{R}$.

Subiectul II.

a) Arătați că oricare ar fi $a > 0, b > 0, a \neq b$ are loc inegalitatea $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{4}{a+b}$

b) Demonstrați că: $\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \ldots + \frac{1}{2011} > \frac{16}{25}$.

Subiectul III.
Suma primilor treisprezece termeni ai unei progresii aritmetice este 130. Dacă, în plus, al patrulea, al zecelea, respectiv al şaptelea termen al progresiei aritmetice reprezintă termeni consecutivi ai unei progresii geometrice aflați primul termen al progresiei aritmetice.

Subiectul IV
Să se demonstreze egalitatea

$$0\cdot 1^2+1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\ldots+(n-1)\cdot n^2=\frac{n(n^2-1)(3n+2)}{12}, \forall n\geq 1.$$

Nota:Toate subiectele sunt obligatorii.Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare problema se noteaza cu 0-7 puncte.

Subiectele au fost selectate si propuse de: prof. Pop Adela, Gr. Şc. „Gh. Lazăr”

prof. Bud Mara, Gr Şc. Sanitar

prof. Bob Robert, C.N. ,,Vasile Lucaciu”

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

„ADOLF HAIMOVICI”, ETAPA LOCALĂ, 12.02.2011

PROFILUL UMAN, SPECIALIZAREA FILOLOGIE, ŞTIINȚE SOCIALE, CLASA a X-a

BAREM DE CORECTARE

1). a). $25^{100}<27^{100}\Rightarrow 5^{200}<3^{300}$ - ***2 puncte;***

b). $999^{10}<1000^{10}\Rightarrow 999^{10}<10^{30}$ - ***1 punct;***

c). Presupunem că: $\sqrt{5}-\sqrt{3}<\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow 8-2\sqrt{15}<\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{15}{2}<2\sqrt{15}$

$$\Rightarrow\frac{225}{16}<15\Rightarrow 225<15\cdot 16\Rightarrow\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^3<\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$$ - ***4 puncte.***

2). $\frac{15}{15^a}=\frac{15}{5}=3,\ \frac{15}{15^a}=15^{1-a}$ **- 1 punct** $\Rightarrow 15^{1-a}=15^b$ **- 3 puncte**

$\Rightarrow\ 1-a=b$ **- 1 punct** $\Rightarrow\ 16^{\frac{1-a-b}{1-a}}=16^{\frac{b-b}{b}}=16^0=1$

1 punct **1 punct**

3). a). $\log_{12}324=\frac{\log_5 324}{\log_5 12}=\frac{2a+4b}{2a+b}=1+\frac{3b}{2a+b}$ **- 3 puncte**

b). $\log_6 150=\frac{\log_2 150}{\log_2 6}=\frac{1+\log_2 3+2\log_2 5}{1+\log_2 3}$, dar $\log_2 5=\frac{\log_3 5}{\log_3 2}=\frac{b}{\frac{1}{a}}=ab$

$\Rightarrow\ \log_6 150=\frac{1+a+2ab}{1+a}=1+\frac{2ab}{1+a}$ **- 4 puncte**

4).

a). $f,g\in F\Rightarrow f,g:R\to R,\ f(x)=x^m,\ g(x)=x^n\Rightarrow(f\circ g)(x)=x^{m\cdot n}$, $f\circ g:R\to R\Rightarrow f\circ g\in F$

- 3 puncte

b). din a) $\Rightarrow m\cdot n=2011,\ m,n\in N^*$, dar 2011 – număr prim $\Rightarrow\begin{cases}m=1\\n=2011\end{cases}$ sau $\begin{cases}m=2011\\n=1\end{cases}$

- 3 puncte

c). $f_n\circ f_m=f_{m\cdot n}\ \Rightarrow\ f_1\circ f_2\circ f_3\circ f_4\circ f_5=f_{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}=f_{120}$ **- 1 punct**

Întocmit: prof. Natalia Fărcaş, , Colegiul Național „Gheorghe Şincai” , Baia Mare,

prof. Georgeta-Lia Berinde, Colegiul Tehnic Transilvania, Baia Mare

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

„ADOLF HAIMOVICI”, ETAPA LOCALĂ, 12.02.2011

FILIERA TEHNOLOGICĂ: PROFIL SERVICII, RESURSE NATURALE ŞI PROTECȚIA MEDIULUI, CLASA a IX-a

BAREM DE CORECTARE

Subiectul I.

Înlociurea lui x cu 2011-x 1p

$$2010f(x)+f(2011-x)=2009x-2010\cdot 2011 \;\Big|\cdot 2010$$

$$2010f(2011-x)+f(x)=2009\cdot 2011-2009x-2010\cdot 2011 \;\Big|\cdot(-1)$$ 2p

Adunarea celor două relații 1p

Calculul 2p

Finalizarea f(x) = x – 2011 1p

Subiectul II.

a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{4}{a+b}\Rightarrow\frac{a+b}{ab}>\frac{4}{a+b}\Rightarrow$ 1 p

$\Rightarrow(a+b)^2>4ab\Rightarrow a^2+2ab+b^2>4ab\Rightarrow$ 1 p

$\Rightarrow a^2-2ab+b^2>0\Rightarrow(a-b)^2>0$ 1 p

b) Avem $N=\sum_{k=1001}^{2011}\frac{1}{k}=\left(\frac{1}{1001}+\frac{1}{2011}\right)+\left(\frac{1}{1002}+\frac{1}{2010}\right)+...+\left(\frac{1}{1505}+\frac{1}{1507}\right)+\frac{1}{1506}$ 1 p

Din inegalitatea de la a) rezultă

$$N>505\cdot\frac{4}{3012}+\frac{1}{1506}=\frac{505}{753}+\frac{1}{1506}>\frac{1010}{1506}+\frac{1}{1506}>\frac{1011}{1506}>\frac{16}{25}$$ 2 p

Revine la $1011\cdot 25>1506\cdot 16$

$25275>24096$ 1 p

Subiectul III.

$S_{13}=130 \Rightarrow a_1+a_{13}=20$ 1 p

$(a_4, a_{10}, a_7) \div \Rightarrow a_{10}^2 = a_4 \cdot a_7$ 1 p

$(a_1+9r)^2 = (a_1+3r)(a_1+6r)$

$r(9a_1+63r)=0$ 1 p

I $\begin{cases} r=0 \\ a_1+a_{13}=20 \end{cases}$ $\begin{cases} r=0 \\ 2a_1=20 \end{cases}$ $\Rightarrow a_1=10$ 1,5 p

II $\begin{cases} 9a_1+63r=0 \\ a_1+a_{13}=20 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1+7r=0 \\ a_1+6r=10 \end{cases}$ $\begin{matrix} r=-10 \\ a_1=70 \end{matrix}$ 1,5 p

Subiectul IV

Etapa verificării: P(1): $0\cdot 1^2 = \frac{1\cdot 0\cdot 5}{12}$ 2p

P(k), P(k+1) 2p

Calculul sumei $1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\ldots+k(k+1)^2$ 2p

Finalizarea

Puterea educativă a matematicii.Matematica izvor de entuziasm, armonie, sensibilitate. Umanismul matematic

Motto:

Adevărul nu străluceşte decât în ochii, care l-au căutat îndelulng, destul de indelung ca să merite să-l vadă. Mijlocul şi sfârşitul lămuresc cele neînțelese la inceput.

Matematica, fundamentul tuturor ştiințelor experimentale şi sociale cuprinde doar adevărul pur. Ea , numai logică în dezvoltarea sa, este, fără îndoială, disciplina disciplinată, care obişnuieşte pe oricine este dispus cu deducții corecte, cu raționamente în care totul apare ca un lanț, inel de inel legat. Nu prezintă discontinuități ale gândirii.

Matematica ,cu precizie şi obiectivitate ne imprimă în toate împrejurările vieții cu alb sau cu negru, fiindcă în matematică nu există compromis între adevăr şi eroare.

Există o părere greşită a unora despre matematică. O consideră rece, se tem de ea. Aceasta se datorează faptului ca n-au reuşit să pătrundă armonia acestei discipline. Această matematică respectată şi iubită de cei ce o înțeleg, prin armonia şi echilibrul său, provoacă o detectare de esența superioară atunci când inteligența a reuşeşte s-o pătrundă sau să dea o soluție elegantă unei probleme dificile.

Matematica este veşnic tânără, veşnic în înnoire, ca universul. Îți imprimă în suflet tendința către afecțiune, îți inspiră mereu avânt, provoacă dragoste şi entuziasm. De aceea deviza rezolvărilor problemelor este:"entuziasm,armonie,muncă,sacrificiu". Matematicile sunt fără limită, ca spațiul, pe care-l găsesc prea redus pentru aspirațiile lor, posibilitățile matematicienilor sunt tot atât de nesfârşite ca şi ale lumilor care nu mai încetează de a creşte şi de a se înmulți sub ochiul scrutător al astronomilor.

Cel care a luat contact cu matematica, cel care şi-a dat seama complet de caracterul ei abstract şi ideal. chiar dacă ulterior a părăsit-o, rămâne mereu pe culmele olimpice, senine, cristaline ale adevărului, fiindcă întotdeauna va porni de la un eşafodaj. Intelectual logic. Ea dă celor ce o urmăresc, prin precizia formulelor şi a expresiilor, disciplină intelectuală, discreție, modestie, măsură în toate, abnegație, sensibilitate artistică la frumusețile acestei lumi. Aceasta inseamnă PUTEREA EI EDUCATIVĂ.

Ca şi în artă,şi în matematică etapele creației sunt: pregătire conştientă, incubație, iluminare, desăvârşire şi in ambele întâlnim armonie şi echilibru perfect. Matematica şi arta izvorăsc din partea cea mai curată a sufletului omenesc. Numai că arta este expresia pură a "sentimentului" pe când matematica este expresia cristalină a "rațiunii" pure.

Daniela Toma

Despre numerele interesante

Titlul ne sugerează, desigur, că este vorba despre un sofism împrumutat din teoria elementară a numerelor. Numerele pot, fireşte, prezenta interes din diferite puncte de vedere. Astfel, un poet, care şi-a dedicat una din odele sale unei femei de treizeci de ani, manifesta, evident, un interes deosebit pentru numărul 30. Acest poet considera, că la vârsta în cauză femeile sunt extrem de atrăgătoare.

Pentru un specialist în teoria numerelor numărul 30 prezintă, credem, un interes şi mai mare, căci acesta este cel mai mare număr, care are următoarea proprietate: toate numerele mai mici decât el şi care nu au cu el divizori comuni sunt prime.

Nu este mai puțin interesant şi numărul 15873: dacă el este înmulțit pentru început cu orice cifră, adică cu orice număr de la 1 până la 9, iar mai apoi cu 7, rezultatul va fi întotdeauna un număr format prin repetarea cifrei alese pentru prima înmulțire.

Proprietăți şi mai interesante posedă numărul 142 857: înmulțindu-l de fiecare dată la numerele de la 1 până la 6, veți obține permutări ciclice din unele şi aceleaşi şase cifre, din care e format.

Apare întrebarea: dar există oare numere neinteresante?

Cu ajutorul unor raționamente elementare putem demonstra următoarea afirmație.

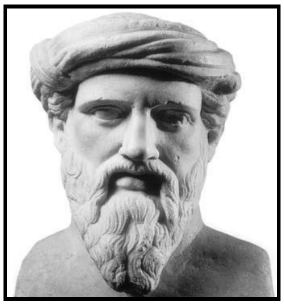
TEOREMĂ. Numere neinteresante nu există.

Demonstrație.

Dacă ar exista numere plictisitoare, atunci toate numerele le-am putea diviza în două clase: numere interesante şi numere neinteresante. În mulțimea numerelor neinteresante se va găsi, neapărat, un număr care este cel mai mic printre numerele neinteresante.
Dar cel mai mic dintre numerele neinteresante deja este un număr interesant. Aşa că el trebuie extras şi transferat în mulțimea numerelor interesante.
Dar în mulțimea numerelor neinteresante rămase vom găsi din nou un cel mai mic număr.
Repetând acest proces destul de frecvent, putem face interesant orice număr neinteresant.
Ceia ce trebuia de demonstrat.

Domeniul misterios al numerelor a preocupat intens oamenii încă din cele mai vechi timpuri. Pythagora, de pildă, a întemeiat o întreagă filozofie mistică a numerelor.

Documente vechi arată că de-a lungul istoriei omenirii, numerele, înşiruirea şi “mişcarea” lor au fascinat şi oamenii simpli şi spirite luminate, crezându-se profund în influența numerelor asupra vieții (vezi bazele Cabalei).



În sistemul lui Pythagora, numerele fară soț sunt preferate celor cu soț. Pythagora avea o adevărată predilecție pentru numerele care nu sunt divizibile decât prin ele însele sau prin unitate – adică numere prime. Iată-le: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

http://funnyblog.ro/legi-matematice/

Frumusețea matematicii

Pe langă precizie si logică, matematica ne dezvăluie uneori o frumusețe inimaginabilă, în care toate cifrele par a se prinde într-o horă a prefecțiunii calculelor ce sunt mai presus de puterea de procesare a creierului uman. Priveşte şi te minunează!

1 x 8 + 1= 9

12 x 8 + 2 = 98

123 x 8 + 3 =987

1234 x 8 + 4 =9876

12345x 8 + 5 =98765

123456x 8 + 6 =987654

1234567x 8 + 7 =9876543

12345678x 8 + 8 =98765432

123456789x 8 + 9 =987654321

1 x 9 + 2 = 11

12 x 9 + 3 = 111

123 x 9 + 4 =1111

1234 x 9 + 5 =11111

12345x 9 + 6 =111111

123456x 9 + 7 =1111111

1234567x 9 + 8 =11111111

12345678x 9 + 9 =111111111

123456789x 9 + 10 = 1111111111

9 x 9 + 7 = 88

98 x 9 + 6 =888

987x 9 + 5 = 8888

9876x 9 + 4 = 88888

98765x 9 + 3 = 888888

987654x 9 + 2 = 8888888

9876543x 9 + 1 = 88888888

98765432x 9 + 0 =888888888

Excepțional, nu-i aşa?

La final, vă invit să vă delectati cu o superbă simetrie a cifrelor supuse înmulțirii.

1x 1 = 1

11x 11 = 121

111x 111 = 12321

1111x 1111 = 1234321

11111x 11111 = 123454321

111111x 111111 = 12345654321

1111111x 1111111 = 1234567654321

11111111x 11111111 = 123456787654321

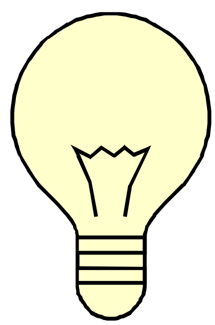
111111111x 111111111 = 12345678987654321

http://campion23.blogspot.com/2010/09/frumusetea-matematicii.html

Miorița în matematică

Pe-un picior de PLAN
EUCLIDIAN
Iată vin în cale
TRANSLATAND la vale,
Trei MULȚIMI de PUNCTE
Toate trei DISJUNCTE
De FUNCȚII păzite
Toate diferite.
Ele sunt tot trei :
Una-i INJECTIVĂ,
Alta-i BIJECTIVĂ,
Şi-alta-i SURJECTIVĂ.
Iar cea INJECTIVĂ
Şi cea SURJECTIVĂ,
Mari se vorbiră
Şi se sfătuiră
Să rămâna treze
Până-o să-nsereze
Şi s-o ANULEZE
Pe cea BIJECTIVĂ,
C-are PRIMITIVĂ
Şi ASIMPTOTE multe
Câte şi mai câte,
Că e INVERSABILĂ
Şi chiar DERIVABILĂ.
Dar într-o MULȚIME
Asta s-a aflat.

S-au indignat
C-ale lor cuvinte
Întrec orice LIMITE.



http://funhouse.dreams.ro/2011/03/08/miorita-matematica/

Echipa de redacție

Îndrumători:

Prof. Daniela Toma

Prof. Marius Duță

Realizatori:

Laurențiu Şerban

Alin Niță

Colaboratori:

Dragoş Badea

Raluca Barbu

Raluca Butucan

Mihaela Cîrstea

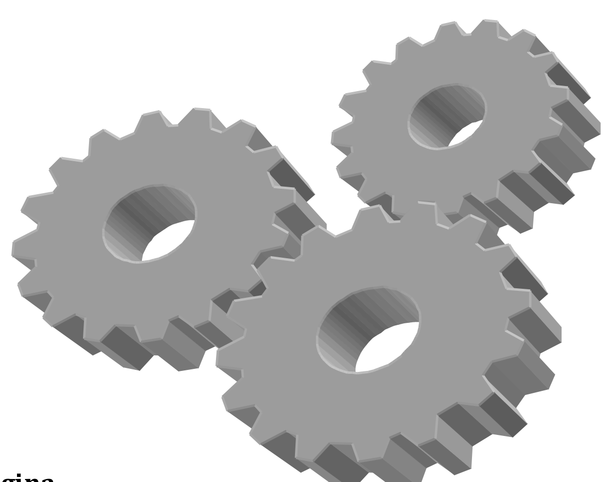
Roxana Gheorghe

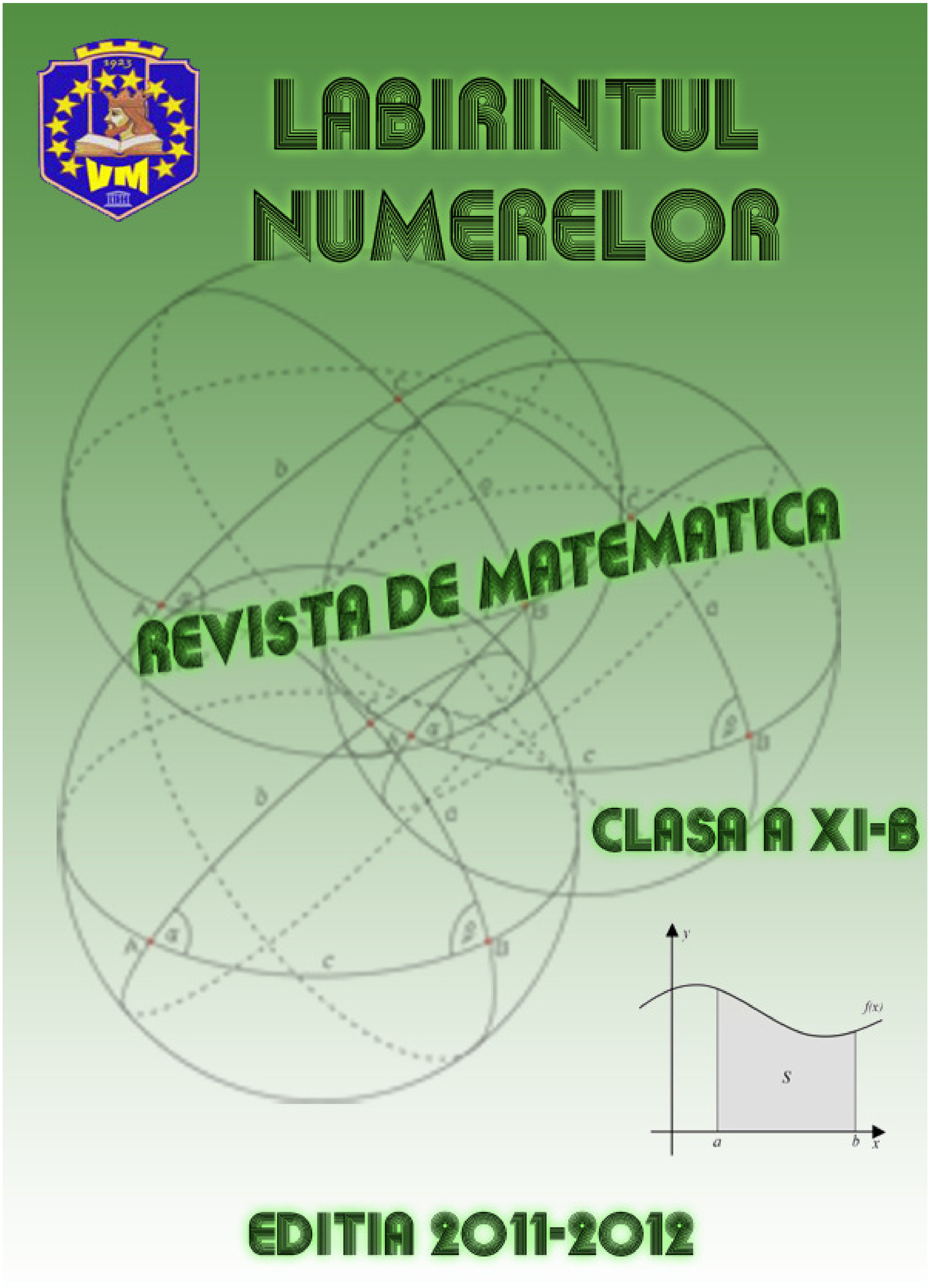
Marius Heaşcă

Marius Rînca

Iulian Rotaru

Mihai Stuparu




1923
VM
LABIRINTUL NUMERELOR
REVISTA DE MATEMATICA
CLASA A XI-B
y
f(x)
S
a
b
x
EDITIA 2011-2012